alfa klasė

Matematikos VBE II atsakymai (A kursas, 2026)

I dalis

Pateikiami atsakymai yra preliminarūs.

1. $A / B = \{8\}$

2. $m^{2\sqrt{2}-1}$

3. $a = 6$

4. $\dfrac{8+2\sqrt{a}}{16-a}$

5. 648

6. $tg\alpha = -\dfrac{4}{3}$

7. $S_{pagr.} = 9\pi$

8. $m + p = 1\dfrac{1}{2}$

9. $F(x) = x^4 + 1$

10. $x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} - 2$ arba $x = -\dfrac{\sqrt{2}+4}{2}$

II dalis

11.

11.1

$|x-5| > 2$

$x - 5 > 2$ *arba* $-(x-5) > 2$

$x > 7$

$-x + 5 > 2$

$-x > -3 \; | : (-1)$

$x < 3$

$Ats.: \; x \in (-\infty; 3) \cup (7; +\infty)$

11.2.

$10 \cdot lg(100^x) - 1000 < 0$

$10 \cdot lg(100^x) < 1000 \; | : 10$

$lg(10^{2x}) < 100$

$2x \cdot lg(10) < 100$

$2x < 100$

$x < 50$

$Ats.: \; x \in (-\infty; 50)$

II dalis

12.

12.1

$b_n = b_1 q^{n-1}$

$b_n = 10 \cdot 4^{n-1},\ n$ - paros

$b_{11} = 10 \cdot 4^{11-1} = 5 \cdot 2 \cdot 4^{10} = 5 \cdot 2 \cdot 2^{20} = 5 \cdot 2^{21}$

$Ats.: 5 \cdot 2^{21}$

12.2

$b_1 = 100^{100}$ - tai pirmasis geometrines progresijos narys (bakterijų skaičius pačioje pradžioje, kai praėję 0 valandų).

$q = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$ - sąlyga sako, kad kas valandą sunyksta $\frac{9}{10}$ bakterijų. Mums rūpi, kiek bakterijų lieka, todėl iš pilnos dalies (1) atimame sunykusią dalį.

$b_n = 10^{100} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$

$10^{100} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1} = 1 \mid : 10^{100}$

$\left(\frac{1}{10}\right)^{n-1} = \frac{1}{10^{100}}$

$\left(\frac{1}{10}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{10}\right)^{100}$

$n - 1 = 100$

$n = 101.$

$Ats.$: Valandų skaičius $= n - 1 = 101 - 1 = 100.$

II dalis

13.

$$\begin{cases} a^2 \cdot b^3 \cdot c^4 = 5^{10} & a,\ b,\ c\ > 0 \\ a^2 \cdot b = 5^6 \end{cases}$$

$$\frac{a^2 \cdot b^3 \cdot c^4}{a^2 \cdot b} = \frac{5^{10}}{5^6}$$

$$b^2 \cdot c^4 = 5^4 \uparrow \frac{1}{2}$$

$$b \cdot\ c^2\ = 5^2 \mid \cdot\ \left(a^2 \cdot b\right) = 5^6$$

$$\left(a^2 \cdot b\right) \cdot \left(b \cdot c^2\right) = 5^2 \cdot 5^6$$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = 5^8 \uparrow \frac{1}{2}$$

$$a \cdot b \cdot c = 5^4 = 625$$

$Ats.: 625$

14.

$$s(t) = 5t^2 + 40t$$

$$v(t) = s'(t)$$

$$v(t) = 10t + 40$$

$$v(2) = 10 \cdot 2 + 40 = 60\ km/h$$

$Ats.: 60\ km/h$

15.

15.1

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{BC} = \vec{b} - \vec{a}$$

$$\overrightarrow{AD} = \vec{a} + \frac{1}{2} \cdot (\vec{b} - \vec{a})$$

$$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$$

15.2

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$$

$$\overrightarrow{BC} = \vec{b} - \vec{a}$$

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \left(\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}\right) \cdot (\vec{b} - \vec{a}) = \frac{1}{2}\vec{a} \cdot \vec{b} - \frac{1}{2}(\vec{a})^2 + \frac{1}{2}(\vec{b})^2 - \frac{1}{2}\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(\vec{b})^2 - \frac{1}{2}(\vec{a})^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\left(|\vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2\right) = \frac{1}{2}\left(9^2 - 5^2\right) = \frac{1}{2} \cdot 56 = 28$$

$Ats.: \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 28$

II dalis

16.

16.1

$$\sqrt{x+1} = 2 \uparrow^2$$
$$x + 1 = 4$$
$$x = 3 = a$$
$$y = \sqrt{3+1} = 2 = b$$
$$A(3; 2)$$

$$y = f(x) = \sqrt{x+1}$$

$$y = f'(x) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

$$x_0 = 3$$
$$f'(x) = \frac{1}{2}(x+1)^{-\frac{1}{2}}$$
$$f'(3) = \frac{1}{2}(3+1)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$$
$$f(3) = \sqrt{3+1} = 2$$

$$y = \frac{1}{4} \cdot (x-3) + 2 = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4} + 2 = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$$
$$y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$$

Ats. : *Parodyta*

16.2

$a = -1$
$b = 3$

$$V = \pi \int_{-1}^{3} (f(x))^2 dx = \pi \int_{-1}^{3} \left(\sqrt{x+1}\right)^2 dx = \pi \int_{-1}^{3} (x+1) dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_{-1}^{3} =$$

$$= \pi \left(\left(\frac{3^2}{2} + 3 \right) - \left(\frac{(-1)^2}{2} - 1 \right) \right) = 8\pi$$

Ats. : $V = 8\pi$

17.

17.1

$AC = l = 6$

$\frac{AO}{AC} = sin\alpha$

$AO = R = AC \cdot sin\alpha = 6sin\alpha$

$\frac{CO}{AC} = cos\alpha$

$CO = H = AC \cdot cos\alpha = 6cos\alpha$

$V_{k\bar{u}g.} = \frac{1}{3}S_{pagr.} \cdot H$

$V_{k\bar{u}g.} = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot H$

$V(\alpha) = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (6sin\alpha)^2 \cdot 6cos\alpha$

$V(\alpha) = 72\pi \cdot sin^2\alpha \cdot cos\alpha$

$Ats.: Parodyta$

17.2

$$V'(\alpha) = 72\pi \cdot \left((sin^2\alpha)' \cdot cos\alpha + sin^2\alpha \cdot (-sin\alpha)\right) = 72\pi \cdot \left(sin(2\alpha) \cdot cos\alpha - sin^3\alpha\right) =$$

$$= 72\pi \cdot \left(2sin\alpha \cdot cos\alpha \cdot cos\alpha - sin^3\alpha\right) = 72\pi\left(2sin\alpha \cdot cos^2\alpha - sin^3\alpha\right) =$$

$$= 72\pi \cdot sin\alpha \cdot \left(2cos^2\alpha - sin^2\alpha\right)$$

$Ats.: \ V'(\alpha) = 72\pi \cdot sin\alpha \cdot \left(2cos^2\alpha - sin^2\alpha\right)$

17.3

$V'(\alpha) = 0, \ \alpha\epsilon\left(0; \frac{\pi}{2}\right) \ - \ I \ ketvirtis.$

$72\pi \cdot sin\alpha \cdot \left(2cos^2\alpha - sin^2\alpha\right) = 0 \mid : 72\pi$

$sin\alpha \cdot \left(2cos^2\alpha - sin^2\alpha\right) = 0$

$sin\alpha = 0$

$x = \varnothing, \ nes \ sin\alpha$ *neigyja* 0 *reikšmės intervale* $\alpha\epsilon\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

arba

$2cos^2\alpha - sin^2\alpha = 0$

$2cos^2\alpha - \left(1 - cos^2\alpha\right) = 0$

$3cos^2\alpha = 1 \mid : 3$

$cos^2\alpha = \frac{1}{3} \ \uparrow^{\frac{1}{2}}$

$cos\alpha = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

$cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}, \ nes \ I \ ketvirtis, \ tai$

$cos\alpha > 0.$

$\alpha = arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

$Ats.: \ Parodyta$

18.

18.1

Įvykis A – pimoji ištraukta knyga matematikos
Įvykis B – antroji ištraukta knyga matematikos
Įvykis C – abi ištrauktos knygos matematikos

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$m = 4$
$n = 8$

$$P(B) = \frac{m}{n} = \frac{3}{7}$$

$m = 4 - 1 = 3$
$n = 8 - 1 = 7$

$$P(C) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{14}$$

$Ats.: \frac{3}{14}$

18.2

Įvykis A – abiejų ištrauktos knygos matematikos
Ivykis B – abiejų ištrauktos knygos fizikos
Įvykis C – abiejų ištrauktos knygos istorijos
Įvykis D – viso knygos to paties mokomojo dalyko

$$P(A) = \left(\frac{m}{n}\right)^2 = \left(\frac{4}{8}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$m = 4$
$n = 8$

$$P(B) = \left(\frac{m}{n}\right)^2 = \left(\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{9}{64}$$

$m = 3$
$n = 8$

$$P(C) = \left(\frac{m}{n}\right)^2 = \left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{64}$$

$m = 1$
$n = 8$

$$P(D) = P(A) + P(B) + P(C)$$
$$P(D) = \frac{1}{4} + \frac{9}{64} + \frac{1}{64} = \frac{13}{32}$$

Ats. : $\frac{13}{32}$

18.3

Įvykis A – *paimtos* 1 *arba* 2 *arba* 3 *matematikos knygos*

Įvykis $\overline{A}$ – *paimta nė viena matematikos knyga*

$$P(A) = 1 - P(\overline{A})$$

$$P(\overline{A}) = \frac{m}{n} = \frac{4}{56} = \frac{1}{14}$$

$$m = C_4^3 = 4$$

$$n = C_8^3 = 56$$

$$P(A) = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14}$$

Ats. : $\frac{13}{14}$

19.1.

$$SA^2 = SH^2 + AH^2$$

$$a^2 = SH^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$SH^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$SH^2 = \frac{3}{4}a^2 \ \uparrow^{\frac{1}{2}}$$

$$SH = \frac{a\sqrt{3}}{4}, \ nes\ SH > 0.$$

$$Ats.: \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

19.2.

$$CH^2 = HK^2 + CK^2$$

$$\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = HK^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\frac{3}{4}a^2 = HK^2 + \frac{1}{4}a^2$$

$$HK^2 = \frac{3}{4}a^2 - \frac{1}{4}a^2$$

$$HK = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$Ats.: \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

20

20.1.

a - geltonų kamuoliukų skaičius

b - mėlynų kamuoliukų skaičius

n - visų kamuoliukų skaičius

Įvykis A - abu ištraukti kamuoliukai yra geltoni.

$n = a + b$

Būdai išsirinkti iš dėžės 2 kamuoliukus:

$$C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{(a+b)(a+b-1)}{2}$$

Būdai išsirinkti 2 geltonus kamuoliukus:

$$C_a^2 = \frac{a(a-1)}{2}$$

$$P(A) = \frac{C_a^2}{C_n^2} = \frac{\left(\frac{a(a-1)}{2}\right)}{\left(\frac{(a+b)(a+b-1)}{2}\right)} = \frac{a(a-1)}{(a+b)(a+b-1)}$$

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a(a-1)}{(a+b)(a+b-1)} = \frac{1}{2}$$

$$(a+b)(a+b-1) = 2a(a-1).$$

Ats. : Parodyta.

20.2.

$2a(a-1) = (a+b)(a+b-1)$
$2a^2 - 2a = a^2 + ab - a + ab + b^2 - b$
$2a^2 - 2a - a^2 - ab + a - ab - b^2 + b = 0$
$a^2 - 2ab - 2a - b^2 + b = 0$
$a^2 - a(2b+1) - \left(b^2 - b\right) = 0$

$D = (2b+1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(-\left(b^2 - b\right)\right) = 4b^2 + 4b + 1 + 4b^2 - 4b^2 = 8b^2 + 1$

Kamuoliukų skaičius yra natūralusis skaičius, tai diskriminantas irgi natūralusis skaičius.

$b \geq 2.$

$Jei\ b = 2,\ tai\ D = 8^2 + 1 = 33,\ \sqrt{D} = \sqrt{33} \approx 5,7\ -\ netinka.$

$Jei\ b\ =\ 4,\ tai\ \sqrt{D} \approx 11,4\ -\ netinka.$

$Jei\ b\ =\ 5,\ tai\ \sqrt{D} \approx 14,1\ -\ netinka.$

$Jei\ b\ =\ 6,\ tai\ \sqrt{D}\ =\ 17\ -\ tinka.$

$$a_{1,2} = \frac{(2b+1) \pm \sqrt{D}}{2} = \frac{(2 \cdot 6 + 1) \pm 17}{2} = \frac{13 \pm 17}{2}$$

$$a_1 = \frac{13+17}{2} = 15\ -\ tinka$$

$$a_2 = \frac{13-17}{2} = -2\ -\ netinka,\ nes\ a > 0.$$

Vadinasi, mėlynų kamuoliukų yra 6.

$Ats.: 6$

alfa klasė

Geriausiai vertinami INDIVIDUALŪS KOREPETITORIAI Lietuvoje

★★★★★

5/5 — 230+ įvertinimų • **Facebook**

4.9/5 — 250+ įvertinimų • **Google**

9.1/10 — 310+ įvertinimų • **Rekvizitai.lt**